

# クラスルームテストにおける段階反応を いかにして学習診断に活用するか？

—小標本と段階反応に対処可能な診断分類モデルの提案と実証—

佐宗 駿<sup>1,2</sup>, 加藤 剛<sup>1</sup>, 岡 元紀<sup>3</sup>

<sup>1</sup>東京大学大学院教育学研究科, <sup>2</sup>日本学術振興会

<sup>3</sup> Department of Statistics, London School of Economics and Political Science

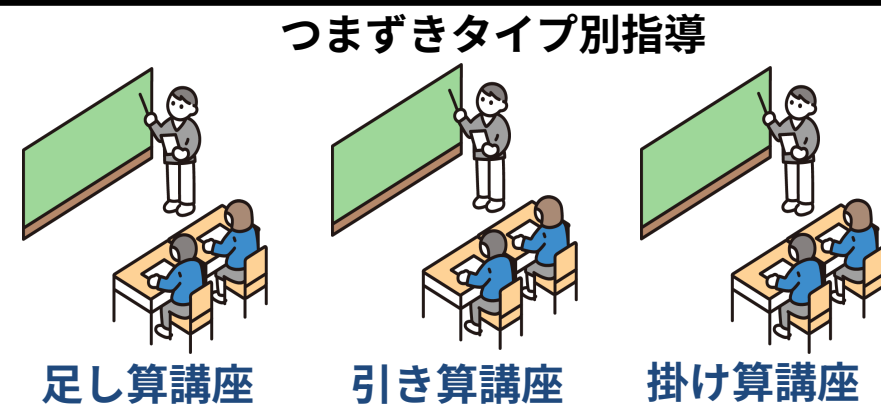
# 問題と目的

## 01

# 形成的評価と診断分類モデル

## 1. 形成的評価の重要性 (e.g., Maclellan, 2001)

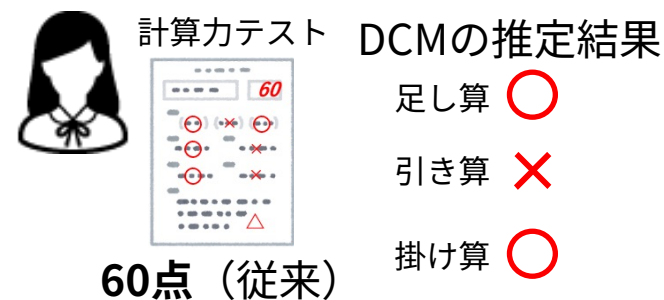
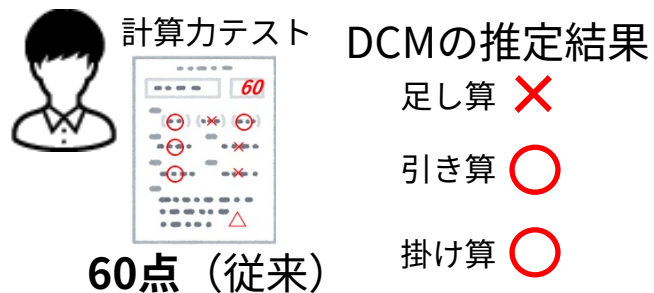
- ✓ 学習者が**何ができていて、何ができていないのか**
- ✓ つまずきタイプに応じた学習・指導改善
- ✓ 個別最適化された学びの保障



## 2. 診断分類モデル (Diagnostic Classification Models; DCM, von Davier & Lee, 2019)

\* 認知診断モデルとも

- ✓ 学習者ごとの**各スキルの習得・未習得を診断**できる統計モデル
- ✓ 学校現場でのDCMの活用が学習・指導改善につながる (e.g., 佐宗・岡・植阪, 2023; 佐宗・柴, 2024)
- ✓ 同程度の総合得点でも異なる習得状況を示しうる (e.g., 佐宗・岡・植阪, 2023; Sessoms and Henson, 2018)



## 02

## 学級場面でのテストと段階反応

■ 学級場面での定期・確認テストでは、**段階反応データ**が多く存在

例) 記述式項目

例) 局所依存な項目



多値型反応の場合

2点

$$\begin{aligned} & \sqrt{7.5/0.3 - 16} \\ &= \sqrt{25 - 16} \rightarrow 1\text{点} \\ &= \sqrt{9} \rightarrow 2\text{点} \\ &= 2 \rightarrow 3\text{点} \end{aligned}$$

2値化



ぶたが8ひき います。うしが5ひき います。  
あわせて なんひき いますか。

しき  $8 + 5$   $\rightarrow 1\text{点}$

こたえ 1 2 ひき  $\rightarrow 2\text{点}$

2値化



従来のDCM実践では、段階反応を正誤(0,1)に変換して適用するケースも多い

→ 情報損失につながりうる…

小標本だからこそ段階反応から得られる情報は最大限活用したい！

## 1. 「学校現場でのサンプルサイズ」と「部分点を含む問題形式への対応」の課題

1. 従来の推定（周辺最尤推定・ベイズ推定）には、**比較的大きいサンプルサイズを要する**
2. 定期・確認テストでは、段階反応も多いが、従来のDCMは主に**2値型反応のみ**に対処可能

## 2. それぞれの課題に対する有効な解決策

1. **GNPC**：**小標本下**でも安定した推定が可能なノンパラメトリックDCM（Chiu et al., 2018）
2. **SG-DINAモデル**：**段階反応**に対処可能なパラメトリックDCM（Ma & de la Torre, 2016）

## 3. 両方の課題を解決する手法の提案

**小標本と段階反応に対処可能なノンパラメトリックDCM（SGNPC）を提案**

- パラメトリックな多値型DCM（SG-DINAモデル）をノンパラメトリック化

| 学校現場で想定される状況 | GNPC（従来） | SG-DINA（従来） | 提案手法SGNPC |
|--------------|----------|-------------|-----------|
| 小標本          | ◎        | △           | ◎         |
| 段階反応         | ×        | ◎           | ◎         |

## 実用性

- 推定時間がコンマ数秒
- 周辺最尤推定法(with EM)で推定が困難なデータセットでも安定して推定可能
- テスト・項目レベルのモデル選択が不要

## 推定精度

- 従来のノンパラメトリックDCM(GNPC)より高い推定精度
- 小標本下で従来のパラメトリックDCM(SG-DINA)と同等以上の推定精度

## 汎用性

- 段階反応だけでなく名義反応にも応用可能
- 複雑なQ行列でも対処可能

様々な項目形式・小標本が想定される学校現場でもDCMを活用できる

## 既存のDCMの概要

- 2値型DCM
- 多値型DCM
- 一般ノンパラメトリック分類法

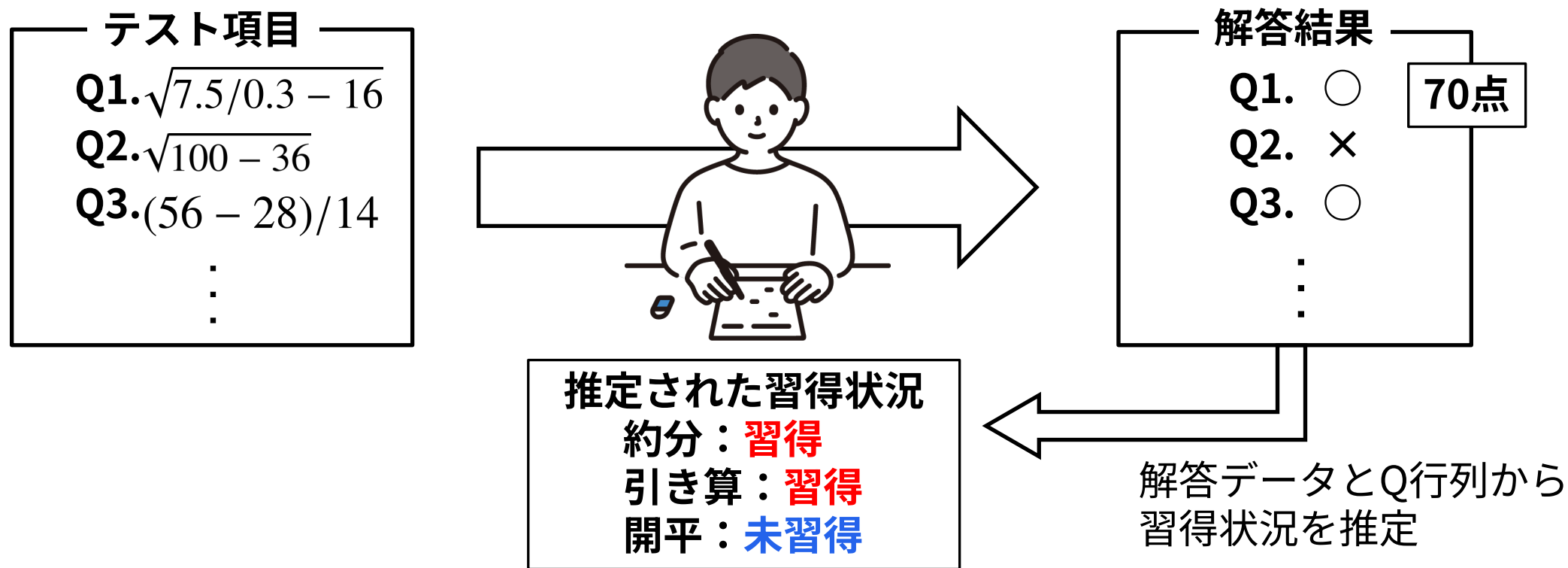
## 既存のDCMの概要

- 2値型DCM
- 多値型DCM
- 一般ノンパラメトリック分類法



## ■ 診断分類モデル (diagnostic classification models: DCM; von Davier & Lee, 2019)

測定対象となる認知的スキルを**アトリビュート**と呼び、それらの習得状況を推定できる統計モデル



Point：学習者の**強み**・**弱み**を明らかにできる！

## ■ Q行列

- ✓ 項目とアトリビュートの関係をまとめた表
- ✓ 各項目の正答に必要ななら 1，不要なら 0 が割り当てられる
- ✓ 質的な方法（専門家による議論や関連文献のレビュー）で，通常**事前に設定**される
  - ※量的な方法（Q行列推定，Q validation）も活用した設定も可能

| 項目                    | 約分 | 引き算 | 開平 |
|-----------------------|----|-----|----|
| $\sqrt{7.5/0.3} - 16$ | 1  | 1   | 1  |
| $\sqrt{100 - 36}$     | 0  | 1   | 1  |
| $(56 - 28)/14$        | 1  | 1   | 0  |

## ■ 項目正答確率

✓ **DINAモデル**：項目の正答に必要なアトリビュートを**全て習得**している場合のみ正答

理想反応

$$\eta_{lj}^{(c)} = \prod_{k=1}^K \alpha_{lk}^{q_{jk}} \in \{0, 1\} \quad (0: \text{誤答}, 1: \text{正答})$$

✓ **DINOモデル**：項目の正答に必要なアトリビュートを**少なくとも一つ習得**している場合に正答

理想反応

$$\eta_{lj}^{(d)} = 1 - \prod_{k=1}^K (1 - \alpha_{lk})^{q_{jk}} \in \{0, 1\}$$

**2つの項目パラメタ**により確率的な変動を考慮

$$s_j = P(y_{ij} = 0 | \eta_{ij} = 1) \leftarrow \text{slipパラメタ}$$

$$g_j = P(y_{ij} = 1 | \eta_{ij} = 0) \leftarrow \text{guessingパラメタ}$$

$\eta_{ij} = 1$ である学習者の項目正答確率は  $1 - s_j$   
 $\eta_{ij} = 0$ である学習者の項目正答確率は  $g_j$

## ■ 項目正答確率

✓ **G-DINAモデル**：項目の正答に必要なアトリビュートの**主効果**と可能な全ての**交互作用効果**を仮定

$$P(y_{ij} = 1 | \delta_j, \alpha_i^* = \alpha_{jl}^*) = \underbrace{\delta_{j0}}_{\text{切片項}} + \sum_{k=1}^{K_j^*} \underbrace{\delta_{jk}}_{\text{主効果}} \alpha_{jlk}^* + \sum_{k=1}^{K_j^*-1} \sum_{k'=k+1}^{K_j^*} \underbrace{\delta_{jkk'}}_{\text{交互作用 1次の}} \alpha_{jlk}^* \alpha_{jlk'}^* + \cdots + \underbrace{\delta_{j12\dots K_j^*}}_{\text{交互作用 最高次の}} \prod_{k=1}^{K_j^*} \alpha_{jlk}^*$$

パラメタに適当な制約をかけることで，DINAモデルやDINOモデルを表現可能

## 既存のDCMの概要

- 2値型DCM
- 多値型DCM
- 一般ノンパラメトリック分類法

## ■ Q行列

- 二値型反応（正答: 1, 誤答: 0）
- 項目とアトリビュートの関係をまとめた表
- 各項目の正答に必要ななら **1**, 不要なら **0** が割り当てられる

| 項目                    | 約分       | 減算       | 開平       |
|-----------------------|----------|----------|----------|
| $\sqrt{7.5/0.3} - 16$ | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> |



段階的なプロセス  
を考慮すると

## ■ Qc行列

- 多値型反応（e.g., 正答: 2, 部分点: 1, 誤答: 0）
- **カテゴリごと**に段階的なプロセスを仮定
- 反応カテゴリの達成に必要ななら **1**, 不要なら **0**

|                  | カテゴリ | 約分       | 減算       | 開平       |
|------------------|------|----------|----------|----------|
| $\sqrt{25 - 16}$ | 1    | <b>1</b> | 0        | 0        |
| $\sqrt{9}$       | 2    | 0        | <b>1</b> | 0        |
| 3                | 3    | 0        | 0        | <b>1</b> |

## ■ 処理関数 $S_j(b|\alpha_{ljb}^*) = P(Y_j \geq b | Y_j \geq b-1, \alpha_{ljb}^*)$

アトリビュート習得パターン $\alpha_{ljb}^*$ に属する解答者が、

「カテゴリ $b-1$ まで正答している条件の下でカテゴリ $b$ 以上に正答する確率」

$$S_j(b|\alpha_{ljb}^*) = \underbrace{\phi_{jb0} + \sum_{k=1}^{K_{jb}^*} \phi_{jbk} \alpha_{jblk}^* + \sum_{k'=k+1}^{K_{jb}^*} \sum_{k=1}^{K_{jb}^*-1} \phi_{jbkk'} \alpha_{jblk}^* \alpha_{jblk'}^* + \dots + \phi_{jb12\dots K_{jb}^*} \prod_{k=1}^{K_{jb}^*} \alpha_{jblk}^*}_{\text{G-DINAモデルの定式化を利用}}$$

G-DINAモデルの定式化を利用

## ■ カテゴリ反応関数 $P(Y_j = b | \alpha_l)$

アトリビュート習得パターン $\alpha_l$ に属する解答者が「カテゴリ $b$ を解答する確率」

$$P(Y_j = b | \alpha_l) = \underbrace{(1 - S_j(b+1 | \alpha_l))}_{\text{カテゴリ}b+1\text{以上を失敗する確率}} \underbrace{\prod_{y=0}^b S_j(y | \alpha_l)}_{\text{カテゴリ}b\text{まで成功する確率}}$$

カテゴリ $b+1$ 以上を  
失敗する確率

カテゴリ $b$ まで  
成功する確率

制約条件

$$\sum_{b=0}^{H_j} P(Y_j = b | \alpha_l) = 1, \forall l$$

各パタンの解答者は必ず  
どれかのカテゴリに反応する

## 既存のDCMの概要

- 2値型DCM
- 多値型DCM
- 一般ノンパラメトリック分類法



## ■ 一般ノンパラメトリック分類法 (GNPC; Chiu et al., 2018)

- ✓ **二値型反応**に対応したノンパラメトリックDCMで、小サンプルサイズ下でも安定した推定が可能

## ■ 重みつき理想反応 $\eta_{lj}^{(w)}$

- ✓ DINAモデルとDINOモデルの理想反応の凸結合 (i.e.,  $0 \leq w_{lj} \leq 1$ )
- ✓ G-DINAモデルでの  $P(y_{ij} = 1 | \delta_j, \alpha_i^* = \alpha_{lj}^*)$  を表現

アトリビュート習得パターン  $l$  の項目  $j$  に対する  
正答確率とみなせる (Wang et al., 2024)

$$\eta_{lj}^{(w)} = w_{lj} \underbrace{\eta_{lj}^{(c)}}_{\text{DINA}} + (1 - w_{lj}) \underbrace{\eta_{lj}^{(d)}}_{\text{DINO}} \in [0, 1]$$

- ✓ 理想反応と観測反応の距離を最小化するように、重みと習得パターンを推定

# 提案手法(SGNPC)の概要

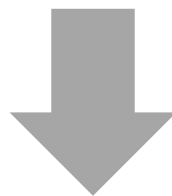
# 12 Sequential GNPC(SGNPC)の核

## ■ 発想の核

「SG-DINAモデルの処理関数」を「GNPCの重み付き理想反応」で表現

➤ SG-DINAモデルの処理関数 (カテゴリ  $b-1$  まで正答している条件の下でカテゴリ  $b$  に正答する確率)

$$S_j(b|\alpha_{ljb}^*) = \phi_{jb0} + \sum_{k=1}^{K_{jb}^*} \phi_{jbk} \alpha_{jblk}^* + \sum_{k'=k+1}^{K_{jb}^*} \sum_{k=1}^{K_{jb}^*-1} \phi_{jbkk'} \alpha_{jblk}^* \alpha_{jblk'}^* + \dots + \phi_{jb12\dots K_{jb}^*} \prod_{k=1}^{K_{jb}^*} \alpha_{jblk}^*$$



$\eta_{ljb}^{(c)}$ ,  $\eta_{ljb}^{(d)}$ ,  $w_{ljb}$  : GNPCの  $\eta_{lj}^{(c)}$ ,  $\eta_{lj}^{(d)}$ ,  $w_{lj}$   
をカテゴリレベル  $b$  に拡張

➤ GNPCの重み付き理想反応で表現

$$S_j(b|\alpha_{ljb}^*) = \eta_{ljb}^{(w)} = w_{ljb} \underbrace{\eta_{ljb}^{(c)}}_{\text{DINA}} + (1 - w_{ljb}) \underbrace{\eta_{ljb}^{(d)}}_{\text{DINO}}, \quad w_{ljb} \in [0, 1]$$

## ■ 理想カテゴリ反応確率

- 重み付き理想反応  $\eta_{lj}^{(w)}$  を用いて、習得パターン  $\alpha_l$  に属する学習者が項目  $j$  でカテゴリ  $b$  に反応する確率  $P_{ljb}^{\text{ideal}}$  (**理想カテゴリ反応確率**) を定義

$$P_{ljb}^{\text{ideal}} = P(Y_j = b \mid \alpha_l) = \underbrace{\left(1 - \eta_{lj(b+1)}^{(w)}\right)}_{\text{カテゴリ}b+1\text{以上は失敗する確率}} \underbrace{\prod_{y=0}^b \eta_{l jy}^{(w)}}_{\text{カテゴリ}b\text{まで成功する確率}}$$

計算例: 3カテゴリ(0,1,2点)の場合, 1点を得る確率は

$$P_{lj1}^{\text{ideal}} = \left(1 - \eta_{lj2}^{(w)}\right) \times \eta_{lj1}^{(w)} \times \eta_{lj0}^{(w)}$$

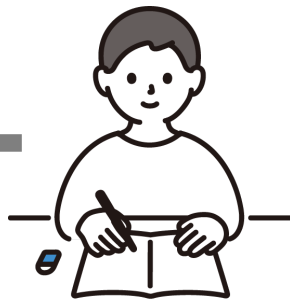
(2以上を失敗する確率  $\times$  1以上を正答する確率  $\times$  0以上を正答する確率)

## 14

# 習得パターン推定の具体的な流れ

## ■ 習得パターンの推定

項目 $j$ :  $\sqrt{7.5/0.3} - 16$



|                  | カテゴリ | 約分 | 減算 | 開平 |
|------------------|------|----|----|----|
| $\sqrt{25 - 16}$ | 1    | 1  | 0  | 0  |
| $\sqrt{9}$       | 2    | 0  | 1  | 0  |
| 3                | 3    | 0  | 0  | 1  |

$2^K$ 通りの習得パターンについて  
理想カテゴリ反応確率を計算

観測された項目反応

$$y_{ij} = 1$$

one-hot ベクトル化

$$y_{ij}^* = (0, 1, 0, 0)$$

それぞれとの  
2乗距離を算出

$\alpha_1 = (0,0,0)$ の  
理想カテゴリ反応

$$P_{1j}^{\text{ideal}} = (P_{1j0}^{\text{ideal}}, P_{1j1}^{\text{ideal}}, P_{1j2}^{\text{ideal}}, P_{1j3}^{\text{ideal}})$$

$$= (0.90, 0.03, 0.03, 0.03)$$

$\alpha_2 = (1,0,0)$ の  
理想カテゴリ反応

$$P_{2j}^{\text{ideal}} = (P_{2j0}^{\text{ideal}}, P_{2j1}^{\text{ideal}}, P_{2j2}^{\text{ideal}}, P_{2j3}^{\text{ideal}})$$

$$= (0.03, 0.90, 0.03, 0.03)$$

⋮

$\alpha_8 = (1,1,1)$ の  
理想カテゴリ反応

$$P_{8j}^{\text{ideal}} = (P_{8j0}^{\text{ideal}}, P_{8j1}^{\text{ideal}}, P_{8j2}^{\text{ideal}}, P_{8j3}^{\text{ideal}})$$

$$= (0.03, 0.03, 0.03, 0.90)$$

\* 例示のための数値で厳密には異なる

以上の処理を全ての項目で行い、  
二乗距離の総和が最小となる習得パターンを推定値とする

$$\hat{\alpha}_i = \underset{\alpha_l}{\operatorname{argmin}} \sum_{j=1}^J \sum_{b=0}^{H_j} (y_{ijb}^* - P_{ljb}^{\text{ideal}})^2$$

## ■ SGNPCの損失関数

- 学習者 $i$ の項目 $j$ への項目反応 $y_{ij}$ を**one-hot**ベクトル化した $y_{ij}^* = (y_{ij0}, \dots, y_{ijH_j})$ と理想カテゴリ反応確率 $P_{lj}^{\text{ideal}} = (P_{lj0}^{\text{ideal}}, \dots, P_{ljH_j}^{\text{ideal}})$ の**二乗距離**を損失関数とする

$$\mathcal{L}(\mathcal{A}, \mathcal{W}) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^J \sum_{b=0}^{H_j} \mathcal{I}(\alpha_i = \alpha_l) (y_{ijb}^* - P_{ljb}^{\text{ideal}})^2$$

$\mathcal{A}$  : 習得パタンの集合  
 $\mathcal{W}$  : 重みの集合  
 $N$  : サンプルサイズ  
 $L$  : クラス数  
 $J$  : 項目数  
 $H_j$  : 項目 $j$ の最大カテゴリ

- 損失関数 $\mathcal{L}(\mathcal{A}, \mathcal{W})$ を最小化するパラメタを交互に最適化して求める（交互最小二乗法）

## ■ 最適化アルゴリズム

- 損失関数  $f(\boldsymbol{w}_{lj}) = \sum_{i \in \mathcal{C}_l} \sum_{b=0}^{H_j} (y_{ijb}^* - P_{ljb}^{\text{ideal}})^2$  を最小化するパラメタを以下の手続きで求める（交互最小二乗法）
  - ▶ 初めに初期値を適当な方法で生成（e.g., 全ての重みを事前に0あるいは1と固定したSGNPCで推定）

### Step 1：習得パターン $\mathcal{A}$ の更新

- 重み $\boldsymbol{w}$ を固定し，各学習者 $i$ について，全項目にわたる二乗距離の総和を最小化する習得パターン $\alpha_l$ を割り当てる

$$\hat{\alpha}_i = \operatorname{argmin}_{\alpha_l} \sum_{j=1}^J \sum_{b=0}^{H_j} (y_{ijb}^* - P_{ljb}^{\text{ideal}})^2$$

### Step 2：重み $\boldsymbol{w}$ の更新

- 習得パターン $\mathcal{A}$ を固定し，以下の損失関数を最小化する重み $w_{ljb}$ に更新し，全ての $l, j, b$ について同様の手続きを行う

$$\hat{w}_{ljb} = \operatorname{argmin}_{w_{ljb}} \sum_{i=1}^N \mathcal{I}(\alpha_i = \alpha_l) (y_{ijb}^* - P_{ljb}^{\text{ideal}})^2$$

Step 1とStep 2を習得パターンの変化がなくなるまで繰り返して推定値を得る

# シミュレーションによる性能評価



## ■ 学級場面を想定したシミュレーションデザイン

各条件で**100個**の人工データセットを生成

| デザイン要因   | 水準数 | 各水準の内容                |
|----------|-----|-----------------------|
| サンプルサイズ  | 4   | $N = 10, 30, 50, 100$ |
| アトリビュート数 | 2   | $K = 4, 5$            |
| 項目の質     | 2   | 高品質・低品質               |

\*項目数は20に固定

## ■ PACR (Pattern-wise Attribute Classification Rate)

「真の習得パターン」と「推定された習得パターン」の**パターンごと**の一致率

$$\text{PACR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{I}(\hat{\alpha}_i = \alpha_i^{\text{true}})$$

(1, 0, 1, 1)  
↑  
(1, 0, 0, 1)

真の習得パターン

生成された回答データ

推定された習得パターン

一般的な状況  
アトリビュート間相関と  
アトリビュートの習得難易度  
を考慮して生成



(1,1,1,1)



(1,0,1,1)

⋮



(0,1,0,0)

SG-DINAモデル  
により解答データ  
を生成



回答データ1



回答データ2

⋮



回答データN

• SGNPC  
• 提案手法(GB-SGNPC)  
を用いて推定



(1,1,1,1)



(1,0,0,1)

⋮



(1,1,0,0)

解答者全体でどの程度一致しているか？ (PACR)

## 19

## 従来のGNPCとの比較

- ✓ データ生成モデル：SG-DINAモデル（パラメトリックモデル）
- ✓ 分析モデル **1. SGNPC** **2. GNPC**（最大カテゴリに達していた場合のみ正答，それ以外誤答）

| 項目の質 | N   | $K = 4$          |           | $K = 5$          |           |
|------|-----|------------------|-----------|------------------|-----------|
|      |     | 提案手法<br>SGNPC    | GNPC      | 提案手法<br>SGNPC    | GNPC      |
| 高品質  | 10  | <b>.89</b> (.09) | .49 (.22) | <b>.78</b> (.12) | .31 (.15) |
|      | 30  | <b>.92</b> (.05) | .61 (.13) | <b>.79</b> (.07) | .44 (.13) |
|      | 50  | <b>.90</b> (.05) | .70 (.09) | <b>.79</b> (.06) | .49 (.09) |
|      | 100 | <b>.91</b> (.03) | .76 (.06) | <b>.79</b> (.04) | .59 (.07) |
| 低品質  | 10  | <b>.57</b> (.14) | .28 (.15) | <b>.35</b> (.16) | .20 (.13) |
|      | 30  | <b>.54</b> (.09) | .29 (.09) | <b>.37</b> (.10) | .19 (.08) |
|      | 50  | <b>.55</b> (.07) | .30 (.08) | <b>.37</b> (.07) | .20 (.06) |
|      | 100 | <b>.56</b> (.05) | .32 (.06) | <b>.38</b> (.05) | .20 (.05) |

**便宜的な 2 値変数化は情報損失に繋がる**  
 （設定するカテゴリ数による程度の差はあるが）

# 20 従来のSG-DINAモデルとの比較

✓ データ生成モデル：SG-DINAモデル（パラメトリックモデル）

✓ 分析モデル **1. SGNPC** **2. SG-DINAモデル**

SGNPCとSG-DINAモデルのPACRの平均（標準偏差）

| 項目の質 | N   | K = 4            |                  | K = 5            |                  |
|------|-----|------------------|------------------|------------------|------------------|
|      |     | 提案手法             |                  | 提案手法             |                  |
|      |     | SGNPC            | SG-DINA          | SGNPC            | SG-DINA          |
| 高品質  | 10  | <b>.90</b> (.10) | .87 (.11)        | <b>.80</b> (.12) | .73 (.17)        |
|      | 30  | <b>.91</b> (.05) | <b>.91</b> (.06) | <b>.79</b> (.07) | .75 (.11)        |
|      | 50  | <b>.92</b> (.04) | <b>.92</b> (.05) | <b>.81</b> (.06) | .78 (.08)        |
|      | 100 | .91 (.03)        | <b>.93</b> (.03) | .79 (.05)        | <b>.80</b> (.07) |
| 低品質  | 10  | <b>.55</b> (.17) | .51 (.16)        | <b>.37</b> (.14) | .35 (.14)        |
|      | 30  | <b>.56</b> (.09) | .52 (.10)        | <b>.37</b> (.10) | .34 (.11)        |
|      | 50  | <b>.56</b> (.07) | .52 (.11)        | <b>.38</b> (.06) | .33 (.08)        |
|      | 100 | .55 (.06)        | <b>.56</b> (.08) | <b>.37</b> (.05) | .33 (.08)        |

推定に要した計算時間[秒]の平均値(標準偏差)

| 項目の質 | N   | 提案手法        |             |
|------|-----|-------------|-------------|
|      |     | SG-DINA     | SGNPC       |
| 高品質  | 10  | 0.60 (0.55) | 0.04 (0.01) |
|      | 30  | 1.19 (0.93) | 0.05 (0.01) |
|      | 50  | 2.43 (7.44) | 0.07 (0.03) |
|      | 100 | 2.28 (2.29) | 0.08 (0.02) |
| 低品質  | 10  | 0.69 (0.46) | 0.05 (0.02) |
|      | 30  | 1.88 (1.21) | 0.07 (0.02) |
|      | 50  | 3.03 (1.33) | 0.08 (0.02) |
|      | 100 | 5.50 (2.83) | 0.10 (0.02) |

**コンマ1秒程度で推定ができる**

**小標本下でパラメトリックな手法と同等以上の精度**

＊大標本ではSGNPCの推定値をパラメトリックモデルの初期値に利用して収束を早める使い道も

まとめ

目的：小標本下で推定精度が高く，段階反応に対応した推定法の開発

手法：GNPCの重み付き理想反応をカテゴリレベルに拡張し，処理関数に適用

$$S_j(b|\alpha_{ljb}^*) = \eta_{ljb}^{(w)} = w_{ljb}\eta_{ljb}^{(c)} + (1 - w_{ljb})\eta_{ljb}^{(d)}, \quad w_{ljb} \in [0, 1]$$

SG-DINAモデルの項目カテゴリ反応関数を理想反応に拡張

$$P_{ljb}^{ideal} = P(Y_j = b|\alpha_l) = (1 - \eta_{lj(b+1)}^{(w)}) \prod_{y=0}^b \eta_{l jy}^{(w)} = w_{lj(b+1)} \prod_{y=0}^b (1 - w_{l jy})$$

↓ OSFはこちら↓

結果：従来手法よりも**小標本下で推定精度が高い**（正確な学習診断を実現）  
推定に要する**計算時間が短い**（分析上のストレス軽減）  
**モデル選択が不要**で実用性も高い（分析上の迷いが少ない）



SGNPCを実装するRの関数と分析例のコードもOSFにて公開