

# 認知診断モデルによる項目作成とQ行列設計

東京大学大学院教育学研究科/日本学術振興会  
佐宗 駿

@日本教育心理学会第67回（2025年）総会  
会員企画シンポジウム

テスト項目の作成と統計分析ー多枝選択式・記述式と認知診断ー

- 佐宗 駿（さそう しゅん）＊Homepage (<https://shunsaso1998.wixsite.com/sssite>)  
東京大学大学院 教育学研究科 博士後期課程
- ✓ 学部：東京学芸大学（指導教員：犬塚 美輪先生）  
小学校教諭一種免許状，中学校・高等学校教員（数学）一種免許状 取得
- ✓ 修士：東京大学大学院（指導教員：植阪 友理先生）  
教授・学習心理学，教育実践
- ✓ 博士：東京大学大学院（指導教員：宇佐美 慧先生）  
教育測定学，心理統計学

実践研究と方法論研究の双方に立脚しながら，研究に取り組んできました

1. 学校現場における形成的評価の重要性
2. 認知診断モデルの基本的な概要
3. 学校現場におけるQ行列設計と教師の反応
4. 学び方支援への活用事例と生徒の反応
5. 今後への期待と懸念点

1. 学校現場における形成的評価の重要性
2. 認知診断モデルの基本的な概要
3. 学校現場におけるQ行列設計と教師の反応
4. 学び方支援への活用事例と生徒の反応
5. 今後への期待と懸念点

## ■ 社会人になっても自立して効果的に学びを進める重要性

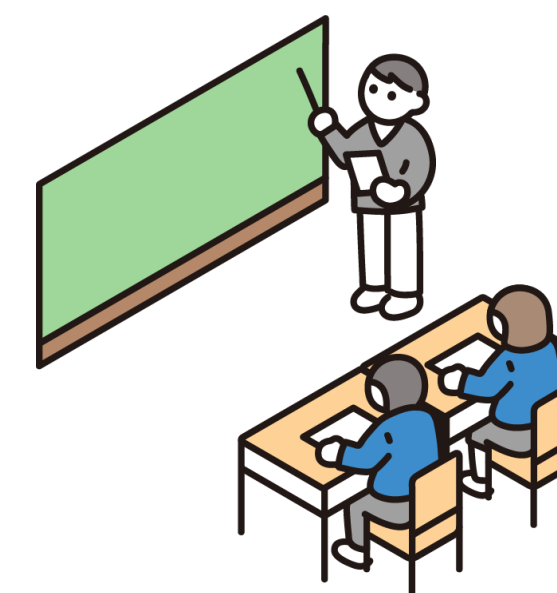
【背景：現代社会の特徴】

- ・ 知識基盤型社会：自身の知識を日々更新させることが重要（文部科学省, 2004）
- ・ 人生100年時代：生涯に亘って学び続けることが重要（厚生労働省, 2017）



【学校現場で生徒の学びを保証】

- ・ 学習内容の深い理解につながる深い学びの実現（文部科学省, 2016）
- ・ 自らの学習を調整しようとする側面の重視（文部科学省, 2019）
- ・ 21世紀型スキルの提案（メタ認知・適応的学習力）（文部科学省, 2013）



# 03 深い理解を達成するための学び方

## ■ 「学習内容の深い理解」とは？

### 【浅い理解】

用語は知っているけど…

公式に代入すればいいのかな…



知識が断片的な状態

### 【深い理解】

用語の意味と具体例を説明できる！

公式がなぜ成り立つのかを理解している！



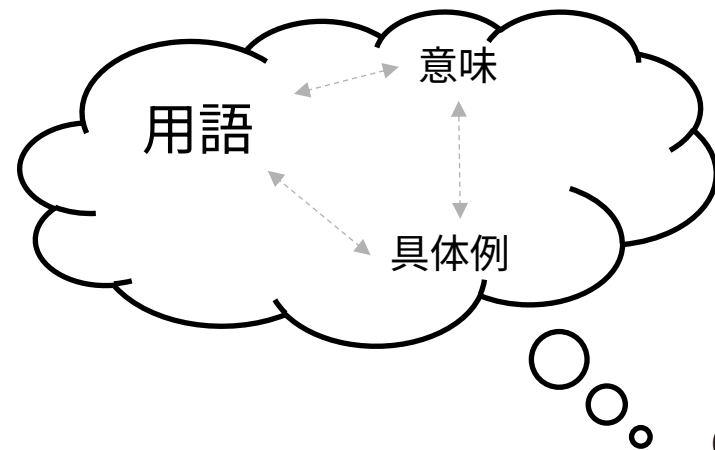
知識が関連づけられた状態

# 03 深い理解を達成するための学び方

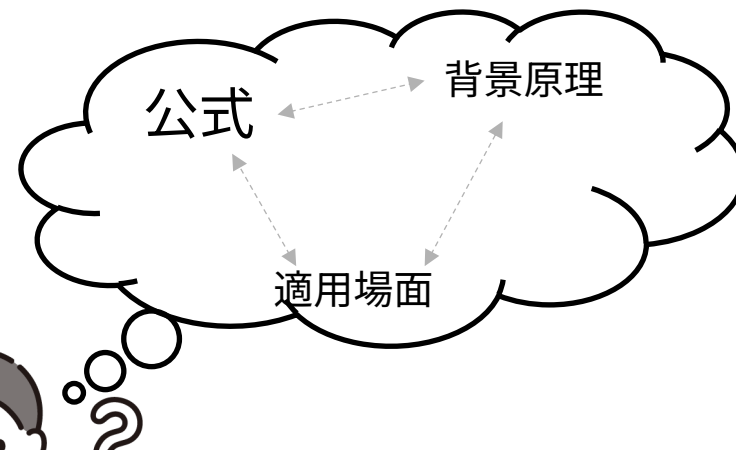
## ■ 「学習内容の深い理解」とは？

### 【浅い理解】

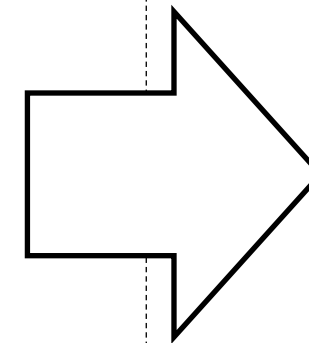
用語は知っているけど…



公式に代入すればいいのかな…



知識が断片的な状態

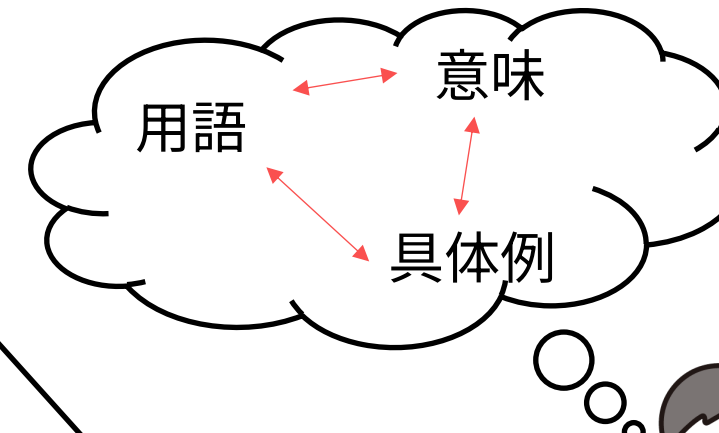


### 【深い理解】

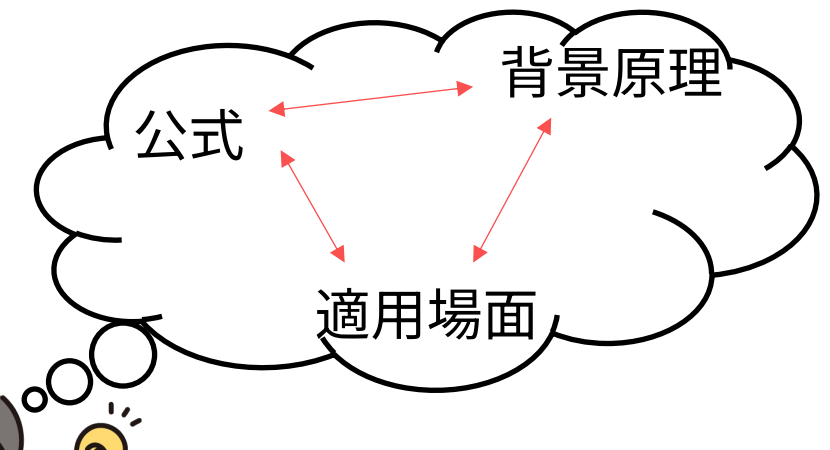
#### 国際的な教育目標

(文部科学省, 2017; Bellanca, 2012; National Research Council, 2012)

用語の意味と具体例を説明できる！



公式がなぜ成り立つのかを理解している！



知識が関連づけられた状態

—— 深い理解のメリット ——

長期的な記憶の定着・学習内容の転移・応用問題の解決

(e.g., Koedinger et al., 2012)



# 04 深い理解を達成するための学び方

■ 普段どのように学んでいるのか？ (e.g., 認知カウンセリングの事例; 市川, 1993, 1998)

## 【浅い理解の背後】



浅い処理の学習方略 (Marton & Säljö, 1976)  
(浅い認知処理方略, Uesaka et al., 2022)

## 【深い理解の背後】



深い処理の学習方略 (Marton & Säljö, 1976)  
(深い認知処理方略, Uesaka et al., 2022)



## ■ 学習者の多くが効果的な学び方を必ずしも達成できていない実態

◆ 「上手な勉強の仕方がわからない」という悩みが多い

→ 小学生6割以上 / 中学・高校生7割以上

→ 小中学生は2019年，高校生は2021年から増加傾向

(東京大学社会学研究所・ベネッセ総合教育研究所, 2023)

◆ 浅い処理の学び方を取りがち (e.g., 藤澤, 2002; 市川, 2000)

意味はわからないけど  
とにかく暗記だ！

繰り返し問題解かなきゃ



# 06 テストの結果を学び方の改善に繋げる

## ■テストの結果は普段の学習を振り返る貴重な機会 (e.g., Maclellan, 2001)

### ◆テスト返却場面の実態

- ・学校現場でのテストのフィードバック(FB)は**合計点や正誤情報**にとどまりがち
- ・正答率の低かった問題を中心に教師が**解き方を解説**



### ◆本研究の目的

学校教師の意見も取り入れながら**学び方の改善に資する粒度で理解の深さをテストによって診断**

(i.e., 指導と評価の一体化)

- ✓ 教師の重視する学び方の明示化・学び方の指導への繋がり
- ✓ 学習者の「普段の学び方に関する振り返り」の促進

**Point : 学び方と関連する理解の深さを認知診断モデルを活用して診断**

1. 学校現場における形成的評価の重要性
2. 認知診断モデルの基本的な概要
3. 学校現場におけるQ行列設計と教師の反応
4. 学び方支援への活用事例と生徒の反応
5. 今後への期待と懸念点

## ■ 認知診断モデル (cognitive diagnostic models: CDM, Rupp et al., 2010)

測定対象となる認知的スキルを**アトリビュート**と呼び、それらの習得状況を推定できる統計モデル

### テスト項目

- Q1.  $2 + 3 = ?$   
Q2.  $5 \times 7 = ?$   
Q3.  $8 + 9 - 7 = ?$   
⋮



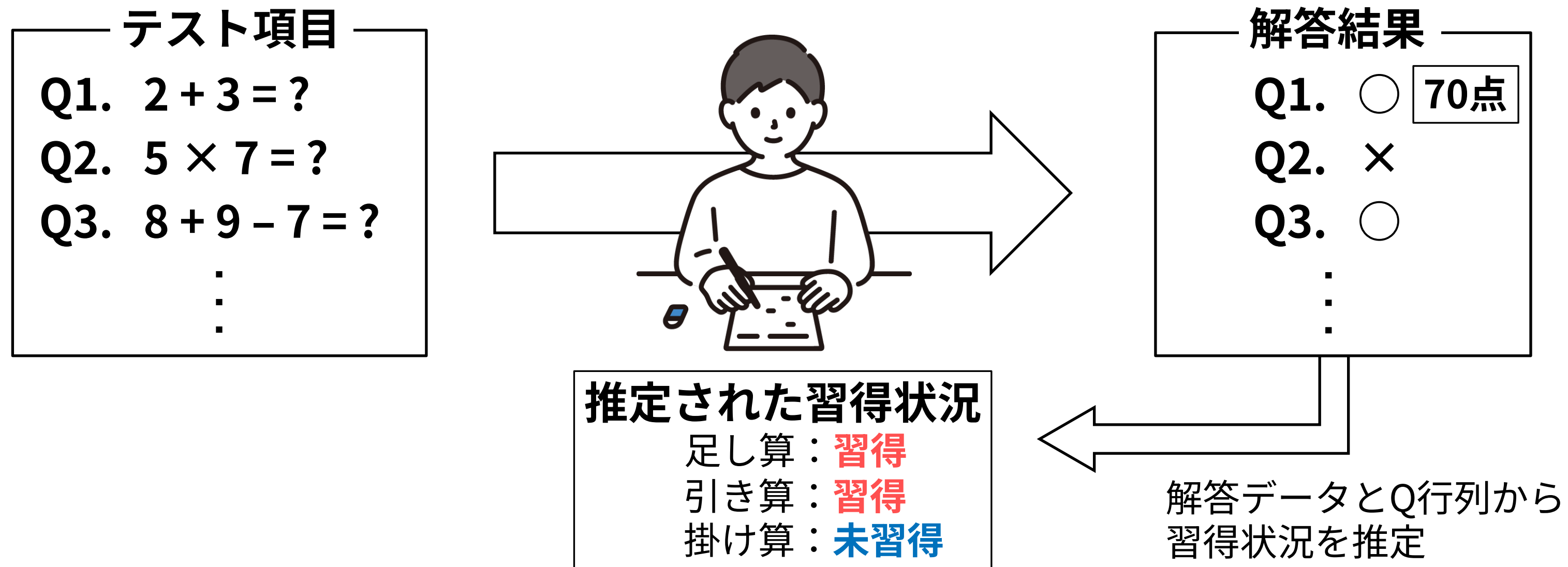
### 解答結果

- Q1. ○ **70点**  
Q2. ×  
Q3. ○  
⋮

# 07 認知診断モデルの大枠を理解する

## ■ 認知診断モデル (cognitive diagnostic models: CDM, Rupp et al., 2010)

測定対象となる認知的スキルを**アトリビュート**と呼び、それらの習得状況を推定できる統計モデル



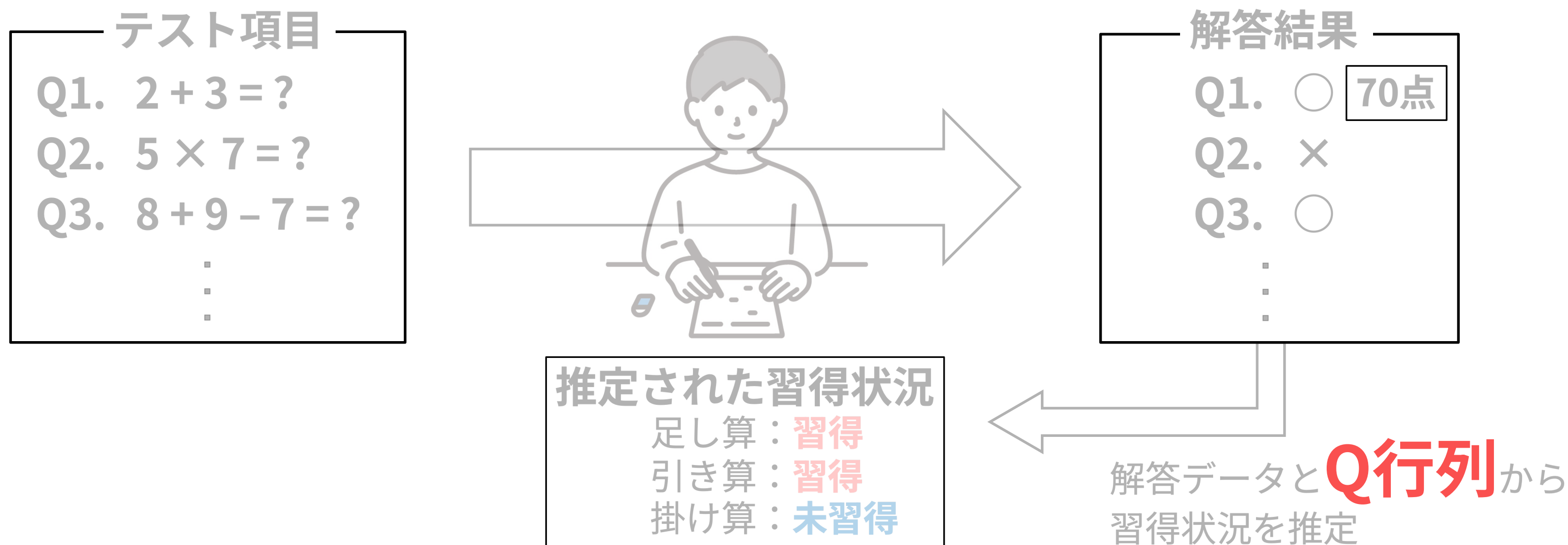
**Point : 学習上の強み・弱みを明らかにできる！**

**学校現場での形成的評価に資する** (と言われている)

# 07 認知診断モデルの大枠を理解する

## ■ 認知診断モデル (cognitive diagnostic models: CDM, Rupp et al., 2010)

測定対象となる認知的スキルを**アトリビュート**と呼び、それらの習得状況を推定できる統計モデル



**Point :** 学習上の**強み**・**弱み**を明らかにできる！  
**学校現場での形成的評価に資する** (と言われている)

## ■ Q行列

- ・項目とアトリビュートの関係をまとめた表
- ・各項目の正答に必要ななら1，不要なら0が割り当てられる
- ・専門家による議論や関連文献の知見に基づいて，**通常事前に設定** (e.g., Lee & Sawaki, 2009)

単純な例：計算問題に対するQ行列

項目	A1：足し算	A2：引き算	A3：掛け算
2+3=?	1	0	0
5×7=?	0	0	1
8+9-7=?	1	1	0



## ■ Q行列

- ・項目とアトリビュートの関係をまとめた表
- ・各項目の正答に必要ななら1，不要なら0が割り当てられる
- ・専門家による議論や関連文献の知見に基づいて，**通常事前に設定** (e.g., Lee & Sawaki, 2009)

設定したアトリビュートを  
適切に測る項目作成が重要

単純な例：計算問題に対するQ行列

テストの診断目的と項目内容  
に応じて柔軟な設定が可能

項目	A1：足し算	A2：引き算	A3：掛け算
2+3=?	1	0	0
5×7=?	0	0	1
8+9-7=?	1	1	0

# 09 解答データとQ行列を用いて推定

Q行列 ( $J \times K$  行列)

項目	A1 : 足し算	A2 : 引き算	A3 : 掛け算
2+3=?	1	0	0
3×5=?	0	0	1
8-4=?	0	1	0

(必要 : 1, 不要 : 0)

解答データ ( $N \times J$  行列)

	2+3=?	3×5=?	8-4=?	5×7+3=?	8+9-7=?
太郎くん	1	0	1	0	1
花子さん	0	0	1	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
次郎くん	1	1	1	1	1

(正答 : 1, 誤答 : 0)

CDMで分析  
(e.g., DINA, DINO, ACDM, GDINA...)

アトリビュート習得パターン  
(足し算, 引き算, 掛け算)

(0,0,0)

(1,0,0)

(0,1,0)

(0,0,1)

(1,1,0)

(1,0,1)

(0,1,1)

(1,1,1)

今回はアトリビュート数3なので $2^3 = 8$ 個のパタンのいずれかに解答者は属する

注釈)  $N$ : 学習者数,  $J$ : 項目数,  $K$ : アトリビュート数

+項目パラメタも推定される

# 09 解答データとQ行列を用いて推定

Q行列 ( $J \times K$  行列)

項目	A1 : 足し算	A2 : 引き算	A3 : 掛け算
2+3=?	1	0	0
3×5=?	0	0	1
8-4=?	0	1	0

(必要 : 1, 不要 : 0)

解答データ ( $N \times J$  行列)

	2+3=?	3×5=?	8-4=?	5×7+3=?	8+9-7=?
太郎くん	1	0	1	0	1
花子さん	0	0	1	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
次郎くん	1	1	1	1	1

(正答 : 1, 誤答 : 0)

CDMで分析  
(e.g., DINA, DINO, ACDM, GDINA...)

アトリビュート習得パターン  
(足し算, 引き算, 掛け算)

(0,0,0)

(1,0,0)

花子さん → **(0,1,0)**  
引き算のみ習得しているパターン  
(0,0,1)

太郎くん → **(1,1,0)**  
足し算・引き算のみ習得しているパターン  
(1,0,1)

(0,1,1)

次郎くん → **(1,1,1)**  
全て習得しているパターン

今回はアトリビュート数3なので  $2^3 = 8$  個のパタンの  
のいずれかに解答者は属する

注釈)  $N$ : 学習者数,  $J$ : 項目数,  $K$ : アトリビュート数

+項目パラメタも推定される

# 09 解答データとQ行列を用いて推定

Q行列 ( $J \times K$  行列)

項目	A1 : 足し算	A2 : 引き算	A3 : 掛け算
2+3=?	1	0	0
3×5=?	0	0	1
8-4=?	0	1	0

(必要 : 1, 不要 : 0)

解答データ ( $N \times J$  行列)

	2+3=?	3×5=?	8-4=?	5×7+3=?	8+9-7=?
太郎くん	1	0	1	0	1
花子さん	0	0	1	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
次郎くん	1	1	1	1	1

(正答 : 1, 誤答 : 0)

直感的に解釈可能な  
分類と診断を実現できる！

CDMで分析

(e.g., DINA, DINO, ACDM, GDINA...)

アトリビュート習得パターン

(足し算, 引き算, 掛け算)

(0,0,0)

(1,0,0)

花子さん → (0,1,0)

引き算のみ習得しているパターン  
(0,0,1)

太郎くん → (1,1,0)

足し算・引き算のみ習得しているパターン  
(1,0,1)

(0,1,1)

次郎くん → (1,1,1)

全て習得しているパターン

今回はアトリビュート数3なので  $2^3 = 8$  個のパタンの  
のいずれかに解答者は属する

注釈)  $N$  : 学習者数,  $J$  : 項目数,  $K$  : アトリビュート数

+項目パラメタも推定される

## ■ 課題1．アトリビュートの粒度が学び方の改善には繋がりにくい

例1．分数計算課題：具体性の高い計算スキル（e.g., 「同分母どうしの足し算」「約分」…）（e.g., Sun et al, 2013）

例2．PISA：抽象度の高いコンピテンシー（e.g., 数学的抽象化, 数学的モデリング…）（e.g., Wu et al., 2022）

項目	A1：足し算	A2：引き算	A3：掛け算
$2+3=?$	1	0	0
$5\times 7=?$	0	0	1
$8+9-7=?$	1	1	0

## ■ 課題 1. アトリビュートの粒度が学び方の改善には繋がりにくい

例 1. 分数計算課題：具体性の高い計算スキル（e.g., 「同分母どうしの足し算」「約分」…）（e.g., Sun et al, 2013）

例 2. PISA：抽象度の高いコンピテンシー（e.g., 数学的抽象化, 数学的モデリング…）（e.g., Wu et al., 2022）

理解の深さを診断する  
項目を作成できれば…

学び方の改善に資する粒度で理解の深さを  
アトリビュートに設定できれば…

項目	A1：足し算	A2：引き算	A3：掛け算
2+3=?	1	0	0
5×7=?	0	0	1
8+9-7=?	1	1	0

# 10 従来のCDM研究の課題と本研究の独自性

## ■ 課題1. **アトリビュートの粒度**が学び方の改善には繋がりにくい

例1. 分数計算課題：具体性の高い計算スキル（e.g., 「同分母どうしの足し算」「約分」…）（e.g., Sun et al, 2013）

例2. PISA：抽象度の高いコンピテンシー（e.g., 数学的抽象化, 数学的モデリング…）（e.g., Wu et al., 2022）

理解の深さを診断する  
項目を作成できれば…

学び方の改善に資する粒度で理解の深さを  
アトリビュートに設定できれば…

項目	A1：足し算	A2：引き算	A3：掛け算
2+3=?	1	0	0
5×7=?	0	0	1
8+9-7=?	1	1	0

本当に学校現場の  
形成的評価に使えるの？

## ■ 課題2. 学校現場での**実践事例に乏しい**（e.g., Sessoms & Hensons, 2018）

- ・学校現場での形成的評価への活用を目指した**方法論的研究は盛ん**
- ・主たる利用者であるはずの**学校教師の意見**が十分に取入れられていない
- ・**教師・生徒にどう受け止められるのか**に関する質的検討が乏しい





## ■ 課題 1 . アトリビュートの粒度が学び方の改善には繋がりにくい

例 1 . 分数計算課題：具体性の高い計算スキル（e.g., 「同分母どうしの足し算」「約分」…）（e.g., Sun et al, 2013）

例 2 . PISA：抽象度の高いコンピテンシー（e.g., 数学的抽象化, 数学的モデリング…）（e.g., Wu et al., 2022）

学び方の改善に資する粒度で理解の深さを  
アトリビュートに設定できれば

理解  
項目

「学校現場の形成的評価にCDMをいかに活用できるか」に関する  
2つの萌芽的な実践事例を紹介

POINT 1 . どのようなQ行列設計や項目作成が可能か？

POINT 2 . CDMの結果をどのように学び方の支援に活かせるか？

るの？

## ■ 課題 2 . 学校現場での実践事例に乏しい（e.g., Sessoms & Hensons, 2018）

- ・学校現場での形成的評価への活用を目指した方法論的研究は盛ん
- ・主たる利用者であるはずの学校教師の意見が十分に取入れられていない
- ・教師・生徒にどう受け止められるのかに関する質的検討が乏しい

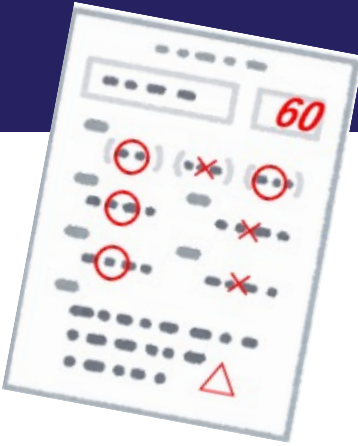


1. 学校現場における形成的評価の重要性
2. 認知診断モデルの基本的な概要
3. 学校現場におけるQ行列設計と教師の反応
4. 学び方支援への活用事例と生徒の反応
5. 今後への期待と懸念点

#### 【参考文献】

佐宗 駿・岡 元紀・植阪友理 (2023). 認知診断モデルを活用した理解の深さの診断と定期テストへの応用—定性的・定量的なQ行列の設定とモデルの実践的有用性の検討, 認知科学, 30(4), 515-530.

# 11 学校教師との議論を通じたQ行列設計



- 【目的】 学校教師が日々の指導で重視している理解をアトリビュートとして設定  
→ 領域横断的な学び方の指導に活かすことができる粒度
- 【方法】 対象：高校2年生19名を対象とした数学Ⅱの定期テスト  
学校教師：認知・教授学習心理学の観点から深い理解を目指した項目作成・授業実践を日常的に実施
- 【結果】 定期テストを題材に学校教師との議論を通じて普段の指導で重視している理解を反映した4つのアトリビュートを設定

## A1：公式の適用

### 浅い理解：

A1a 単一の公式の手続き的運用

### 深い理解：

A1b 複数の公式の論理的運用

## A2：数学用語の理解

### 浅い理解：

A2a 数学用語の一面的理解

### 深い理解：

A2b 数学用語の図を介した多面的理解

## A3：学習内容の活用

## A4：計算の遂行

理解の深さを多値型アトリビュート (Karelitz, 2004) で表現  
(0：未習得, 1：浅い理解, 2：深い理解)

**POINT：** 学校教師が活用しやすく，かつ学び方の改善に活かせる粒度のアトリビュートを提案

12

理解の深さを測定する項目とQ行列設計

■ 設定されたQ行列（一部抜粋）

アトリビュート	A1: 公式の運用	A2: 数学用語の理解	A3: 学習内容の活用	A4: 計算力
問題例	A1a: <u>単一の公式の手続き的運用</u> 単一の公式に数字を当てはめること によって答えを導き出す力 (1 を割り振る) A1b: <u>複数の公式の論理的運用</u> いくつかの公式をもとにそれらを 組み合わせて問題を解決する力 (2 を割り振る)	A2a: <u>数学用語の一面的理解</u> 数学用語が示すことがらを理解 する力。ただし、必ずしも 図をもとに理解する必要はな い。(1 を割り振る) A2b: <u>数学用語の図を介した多面 的理解</u> 数学用語が示すことがらを図を 介して理解する力 (2 を割り振る)	授業内では明示的に取り扱わ れていない問題だが、授業で 習った内容を応用して正解を 導くことができる力 (1 を割り振る)	文字式や三角関数を含む計算 を遂行に関する力、方程式を 解く力(1 を割り振る)
教科書に以下の2倍角の公式 が示されている $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ これはどのように導かれたものか。導き 方を説明せよ。	2	1	1	1
次の計算をせよ $\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^2} \times \frac{5}{3^4}$	1	0	0	1
$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 次の不等式を解け。 $\sin\theta > \frac{\sqrt{3}}{2}$	0	2	0	0

12

理解の深さを測定する項目とQ行列設計

■ 設定されたQ行列（一部抜粋）

アトリビュート	手続きの理解	用語の理解	授業内で重視された深い理解を多値で表現	
	A1: 公式の運用	A2: 数学用語の理解	A3: 学習内容の活用	A4: 計算力
問題例	A1a: <u>単一の公式の手続き的運用</u> 単一の公式に数字を当てはめること によって答えを導き出す力 (1を割り振る) A1b: <u>複数の公式の論理的運用</u> いくつかの公式をもとにそれらを 組み合わせて問題を解決する力 (2を割り振る)	A2a: <u>数学用語の一面的理解</u> 数学用語が示すことがらを理解 する力。ただし、必ずしも 図をもとに理解する必要はな い。(1を割り振る) A2b: <u>数学用語の図を介した多面 的理解</u> 数学用語が示すことがらを図を 介して理解する力 (2を割り振る)	授業内では明示的に取り扱わ れていない問題だが、授業で 習った内容を応用して正解を 導くことができる力 (1を割り振る)	文字式や三角関数を含む計算 を遂行に関する力、方程式を 解く力(1を割り振る)
教科書に以下の2倍角の公式 が示されている $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ これはどのように導かれたものか。導き 方を説明せよ。	2	1	1	1
次の計算をせよ $\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^2} \times \frac{5}{3^4}$	1	0	0	1
$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 次の不等式を解け。 $\sin\theta > \frac{\sqrt{3}}{2}$	0	2	0	0

公式の成り立つ背景原理を  
複数の公式をもとに考える

三角関数と図表を関連付ける



# 13 アトリビュート習得パタンの推定結果

■ ベイズ推定・RPa-DINAモデル (Reparameterized Polytomous attribute DINA model; Zhan et al., 2019)

総合得点とアトリビュート習得パタンの推定値（4名を抜粋）

生徒番号	総合得点	公式の運用	数学的用語の理解	学習内容の活用	計算の遂行
3	38	0	2	0	0
4	37	1	0	0	1
10	52	0 未習得	2 深い理解	0	0
14	54	2 深い理解	1 浅い理解	1	1

同程度の得点だが異なる学習上のつまづきが示唆される

➤ 生徒10

学習上の強み：数学的用語の意味と具体的な図表との関連付けはできている

学習上の弱み：そもそも公式自体をうまく利用することができない

➤ 生徒14

学習上の強み：公式の意味理解はできている

学習上の弱み：数学的用語の意味と具体的な図表との関連付けた学習ができていない

0：未習得

1：浅い理解

2：深い理解

# 14 Q行列設計に取り組んだ学校教師の反応 1

## ■ Q行列設計に取り組んだ学校教師2名とのグループディスカッションで得られた発話 1



教師 1

(数学教師・テスト作成者)

なんだこれっていうのは特になく，ずっと入ってきて非常に分析していただいてありがたいなっていう感じなんですけど，表（Q行列）でこの1の数とかみた時に自分自身もテスト作っていて，バランスがちょっと偏っていたりだとか，そういう点では非常にいい指標で問題むしろ作る上でこういう意識して作りたいなって今後思ったところとあとこのアトリビュートっていうところで，教科の観点別評価にかかわるなって思って



# 14 Q行列設計に取り組んだ学校教師の反応 1

## ■ Q行列設計に取り組んだ学校教師2名とのグループディスカッションで得られた発話 1



教師 1

(数学教師・テスト作成者)

なんだこれっていうのは特になく、ずっと入ってきて非常に分析していただいてありがたいなっていう感じなんですけど、表（Q行列）でこの1の数とかみた時に自分自身もテスト作った時にバランスがちょっと偏ってたりだとか、そういう点では非常にいい指標で問題むしろ作る上でこういう意識して作りたいなって今後思ったところとあとこのアトリビュートっていうところで、教科の観点別評価にかかわるなあって思って

CDMによる推定結果は教師にとって理解しやすい

項目作成上の指針につながる

観点別評価につながる

# 15 Q行列設計に取り組んだ学校教師の反応 2

## ■ Q行列設計に取り組んだ学校教師2名とのグループディスカッションで得られた発話 2

確かに、式の理解、概念理解、応用的なものも入れようかなと確かに思って作成している感じがあるので、多分テスト作成している時はここまで意識はしていないと思うんですけど、こういうふうに分けられたことで確かに自分でそういうふうに乗っている感じはありますし、今後の指導にはすごい活きるような感じがするので、たとえば生徒によって、概念理解はしっかりしているけど結局、計算力（計算の遂行）がないって場合には計算力（計算の遂行）のところをつけないといけないなって思いますし、ただテストやって終わりじゃなくてこの分析結果を知ることによって今後の指導には非常に活きると感じるもので、分け方については自分は数学でいうとじっくりくる感じがします



教師 1  
(数学教師・テスト作成者)

我々問題作るときは、ここまで深く考えていないですよ、正直。でやっぱ（Q行列を）作った後に振り返ってみて、こういう骨格が見えてくる。自分にはこういう意図があったんだなって、概念理解の問題が入ってたりとか、計算の問題が入ってたりとか、後から。



教師 2  
(物理教師・対象クラスの物理担当)

# 15 Q行列設計に取り組んだ学校教師の反応 2

## ■ Q行列設計に取り組んだ学校教師2名とのグループディスカッションで得られた発話 2

確かに、式の理解、概念理解、応用的なものも入れようかなと確かに思って作成している  
感じがあるので、多分テスト作成している時はここまでこう意識はしていないと  
思うんですけど、こういうふうに分けられたことで確かに自分  
感じはありますし、**今後の指導にはすごい活きるような感じがするので、**  
**たとえば生徒によって、概念理解はしっかりしているけど結局、計算力（計算の遂行）**  
**がないって場合には計算力（計算の遂行）のところをつけなきゃいけないって**  
**思いますし、ただテストやって終わりじゃなくてこの分析結果を知ること**  
**今後の指導には非常に活きる**と感じるので、  
しっくりくる感じがします

指導改善への有用性

つまずきに応じた指導改善につながる



教師 1  
(数学教師・テスト作成者)

我々問題作るときは、ここまで深く考えていな**テストを振り返るきっかけ**  
**でやっぱ（Q行列を）作った後に振り返ってみて、**  
**こういう骨格が見えてくる．自分にはこういう意図があったんだなって、**  
概念理解の問題が入ってたりと**大事にしている学習要素・評価軸の意識化**



教師 2  
(物理教師・対象クラスの物理担当)

1. 学校現場における形成的評価の重要性
2. 認知診断モデルの基本的な概要
3. 学校現場におけるQ行列設計と教師の反応
4. 学び方支援への活用事例と生徒の反応
5. 今後への期待と懸念点

#### 【参考文献】

佐宗 駿・岡 元紀・柴 里実・植阪友理 (2022). 理解の深さの定量的評価とそのつまずきに応じた学習方略指導—認知診断モデルの実践的応用と生徒の反応 日本テスト学会第 20 回大会発表論文抄録集,116–119.

Saso, S., Oka, M. and Uesaka, Y. (2023). Development of assessment tools for depth of understanding quantitatively with cognitive diagnostic models. In K. Arai (Ed.), *Advances in information and communication: Proceedings of the 2023 Future of Information and Communication Conference (FICC)* , Volume 1 (pp. 766–774). Springer.



# 16 診断結果を実践的にどう活用していくか？

■ 先述の実践事例は既存の定期テストに適用したに過ぎない

理解の深さを診断する  
アトリビュートに  
焦点を当てた  
**項目作成をするべき**では？

診断結果を受け取った  
**学習者の反応**は？

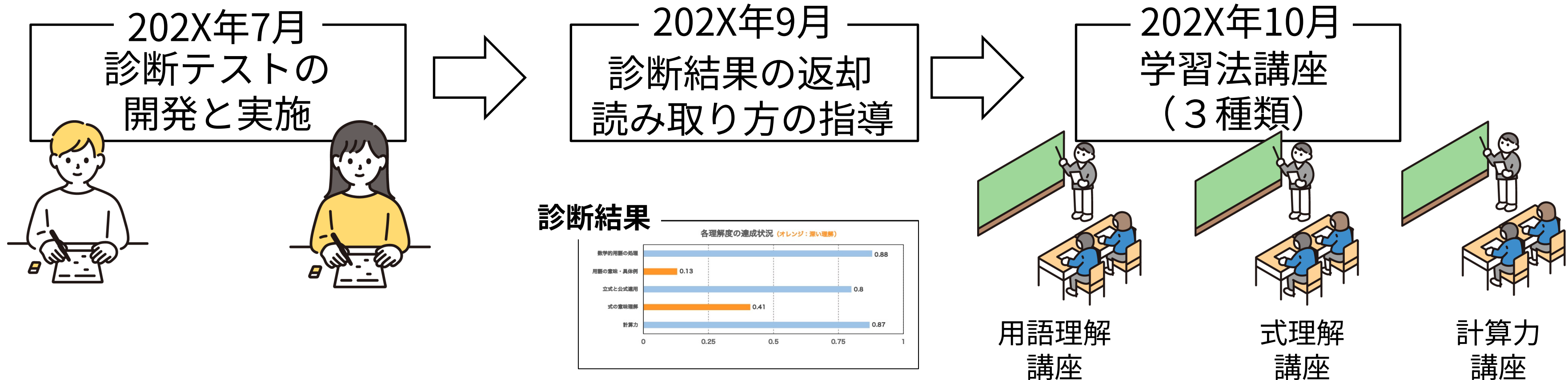
診断結果をどうやって  
**つまずきに応じた学習方略の支援**  
に活用するの？



# 17 項目作成・フィードバック・学び方支援

## ■ 理解の深さを診断する項目作成と実践への展開

参加した生徒：公立中学校の1年生3クラス 87名



つまずきに応じた  
学習法講座を実施

# 18 アトリビュートの設定と項目作成

## ■ 診断した5つのアトリビュート \* $A1 \rightarrow A2$ , $A3 \rightarrow A4$ という直線型の階層構造(Leighton et al., 2004)を仮定

A1：文章中の数学的用語の処理（用語の浅い理解）

A2：数学的用語の意味・具体例の理解（用語の深い理解）

A3：立式と公式の当てはめ（式の浅い理解）

A4：式の意味理解（式の深い理解）

A5：計算力



# 18 アトリビュートの設定と項目作成

## ■ 診断した5つのアトリビュート \*A1→A2, A3→A4という直線型の階層構造(Leighton et al., 2004)を仮定

- A1: 文章中の数学的用語の処理 (用語の浅い理解)
- A2: 数学的用語の意味・具体例の理解 (用語の深い理解)
- A3: 立式と公式の当てはめ (式の浅い理解)
- A4: 式の意味理解 (式の深い理解)
- A5: 計算力

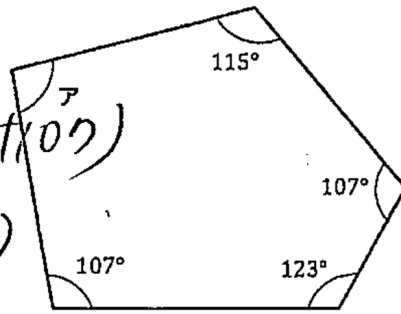
## ■ 項目例と生徒の解答例 (28項目, 解答時間45分間)

### [項目例1] 式の理解

#### 公式の当てはめ (式の浅い理解)

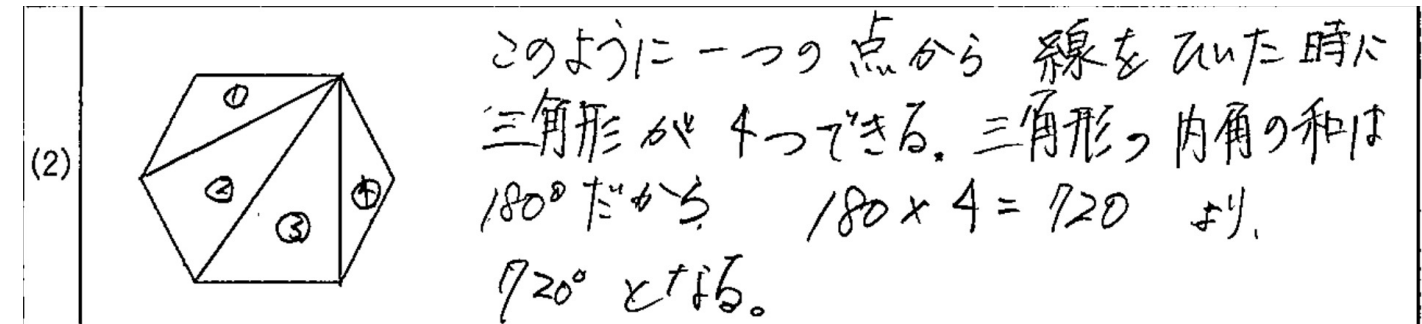
(1) 下の図において, アの角度はいくつですか。

$$\begin{aligned} 180 \times (5-2) &= 540 \\ 540 - (115 + 107 + 123 + 107) & \\ &= 540 - (222 + 230) \\ &= 540 - 452 = 88 \end{aligned}$$



#### 公式の意味理解 (式の深い理解)

(2) 六角形の内角の和が  $720^\circ$  となる理由を解答欄の六角形の図を用いて説明してください。



### [項目例2] 用語の理解

(1)  $-3$  の絶対値はいくつですか。← 文章中の用語処理 (用語の浅い理解)

(2) 絶対値とはどういう意味ですか。原点という言葉を用いて説明してください。

数学的用語の意味・具体例の理解  
(用語の深い理解)

19

生徒ごとのフィードバックシート

7月15日実施 中学1年生理解度診断テストのフィードバックシート

I. あなたの正答数

クラス C 番号 21

28問中 17 問

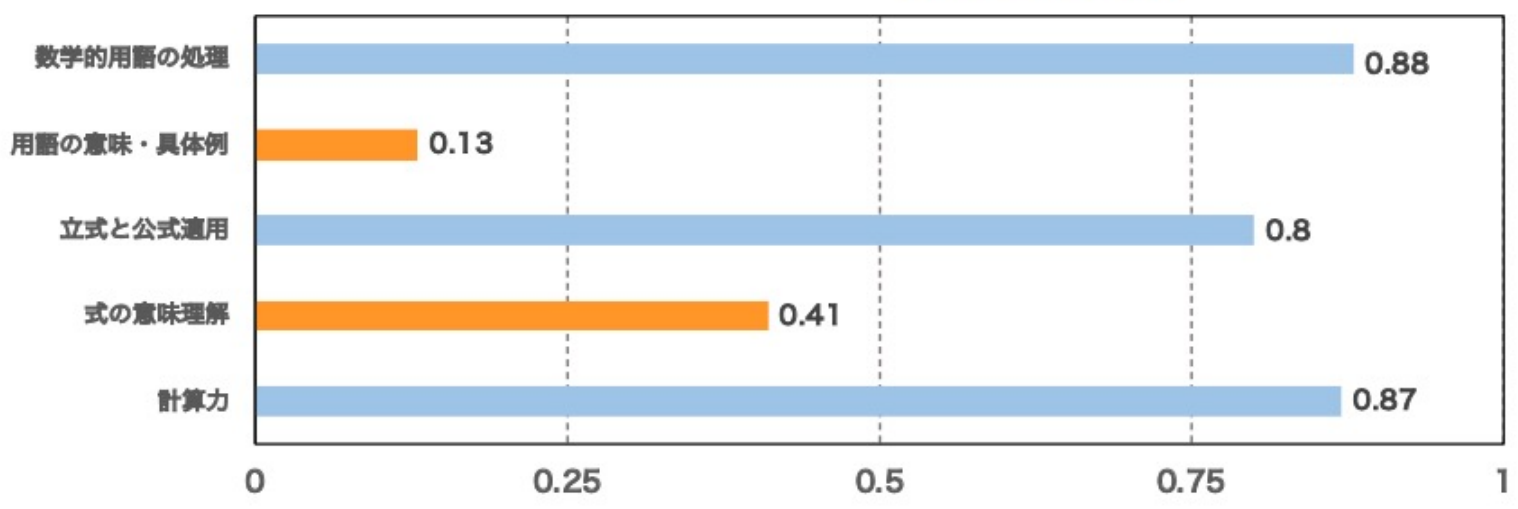
II. あなたの解答結果

大問	問1					問2		問3		問4		問5			問6					問7			問8		問9	問10		
小問	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)①	(1)②	(2)	(1)①	(1)②	(2)ア	(2)イ	(2)ウ	(1)	(2)比例	(2)反比例	(1)	(2)		(1)	(2)	(3)
正誤	○	×	○	○	○	×	×	○	×	○	×	○	○	○	○	×	×	○	○	○	×	×	×	×	○	×	○	○
正答率	87%	92%	78%	81%	76%	48%	41%	69%	38%	94%	52%	60%	85%	70%	62%	29%	58%	80%	84%	90%	41%	48%	59%	86%	45%	53%	72%	48%
難易度	易	易	易	易	易	中	中	中	難	易	中	中	易	易	中	難	中	易	易	易	中	中	中	易	中	中	易	中
測定能力	5	5	5	5	5	3・4	3・4	3	1・3・4	1	1・2	1・3	1・3	3・4	1・2	1・2	1・2	1・2	1・5	1・3	1・2・3	1・2・3	3	3・4	3	1・3	1・3	3・4

III. あなたの理解度状況 今回のテストで診断した理解度は次の5つでした。

理解度の名称		理解度の詳細
1	文章中の数学的用語の処理	小学5年生以上で習う数学的用語を把握・処理して問題を解くことができる。
2	数学的用語の意味・具体例の理解	小学5年生以上で習う数学的用語の意味や具体例を正しく記述・選択できる。また、用語の意味から数学的用語を答えることができる。
3	立式と公式の当てはめ	与えられた問題をもとに立式したり、公式や単位変換を適用したりすることで答えを求めることができる。
4	式の意味理解	与えられた式が表す意味を理解した上で説明・選択したり、公式の成り立つ理由を説明したりすることができる。
5	計算力	負の数や文字式を含む四則演算(足し算・引き算・かけ算・わり算)を正しく行うことができる。

各理解度の達成状況 (オレンジ：深い理解)



診断結果を振り返ってみよう！

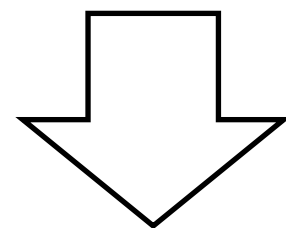
本テストでは皆さんの理解の深さを0~1の値で診断しました。左の棒グラフをもとに、自分の強みと改善点を振り返って自己分析してみましょう。どの部分を伸ばしていきたいですか？また、そのためにはこれからの学習をどのように進めていけばよいでしょうか？

深く理解するとは？

心理学では、用語をただ丸暗記したり、問題の解き方や公式を覚えて当てはめて解くのではなく、用語を意味や具体例と関連づけて覚えたり、解き方や公式についてなぜそのような解き方ができるのか、なぜその公式が成り立つのかを理解することが学習に効果的とされています。ものごとを深く理解することで、忘れにくくなったり、応用の効く知識として皆さんの頭の中に整理されていきます。



普段の学び方の改善に活かしやすい粒度で，理解の深さがわかる！  
→ 学習上の強みと弱みがわかる！



アトリビュート名と定義

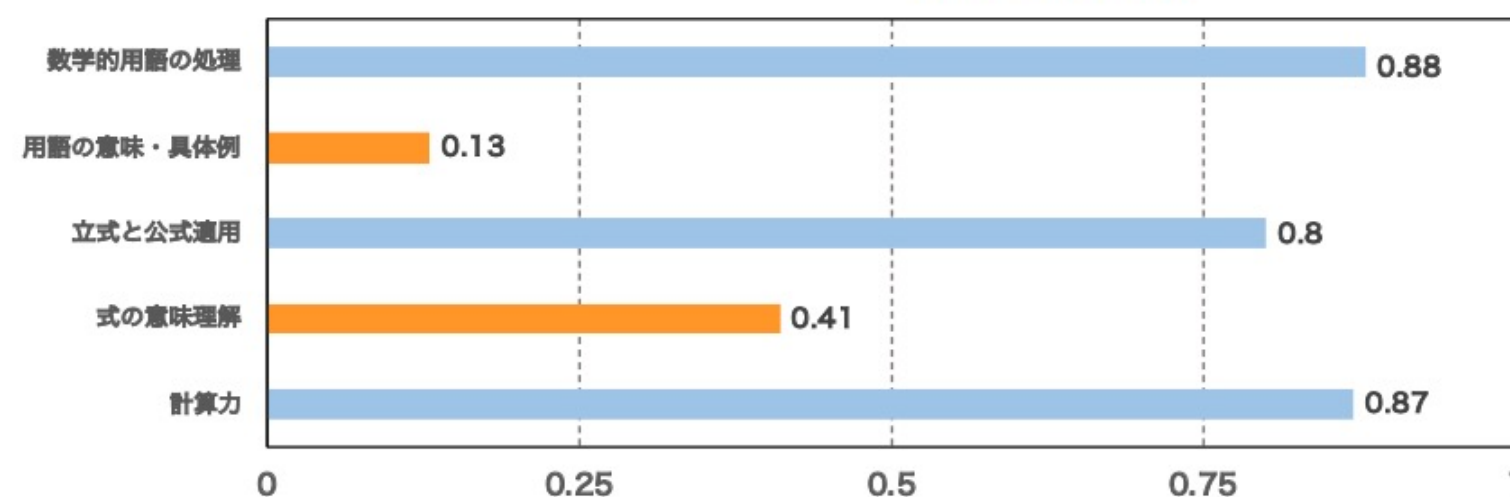
Ⅲ. あなたの理解度状況 今回のテストで診断した理解度は次の5つでした。

理解度の名称		理解度の詳細
1	文章中の数学的用語の処理	小学5年生以上で習う数学的用語を把握・処理して問題を解くことができる。
2	数学的用語の意味・具体例の理解	小学5年生以上で習う数学的用語の意味や具体例を正しく記述・選択できる。また，用語の意味から数学的用語を答えることができる。
3	立式と公式の当てはめ	与えられた問題をもとに立式したり，公式や単位変換を適用したりすることで答えを求めることができる。
4	式の意味理解	与えられた式が表す意味を理解した上で説明・選択したり，公式の成り立ちを説明できる。
5	計算力	負の数や文字式を含む四則演算(足し算・引き算・かけ算・わり算)を正しく計算できる。

アトリビュート習得確率

＊オレンジは深い理解に対応するアトリビュート

各理解度の達成状況 (オレンジ：深い理解)



また、これから学習をどのように進めていけばいいのでしょうか？

深く理解するとは？

心理学では，用語をただ丸暗記したり，問題の解き方や公式を覚えて当てはめて解くのではなく，用語を意味や具体例と関連づけて覚えたり，解き方や公式についてなぜそのような解き方ができるのか，なぜその公式が成り立つのかを理解することが学習に効果的とされています。ものごとを深く理解することで，忘れにくくなったり，応用の効く知識として皆さんの頭の中に整理されていきます。

## ✓ 読み取り方の解説ののちに

## 自身の強みと弱みを振り返る機会を設けた

■ 皆さんもお隣同士で振り返ってみよう！

- 自分の**強み**はどこだったかな？
- これからどのような勉強をすれば**強みを維持**できるかな？
- 自分の**弱み**はどこだったかな？
- これからどのような勉強をすれば**弱みを克服**できるかな？

余力があれば...

- 間違えた問題についてどのような能力を身につければ克服できるかな？  
**間違えた問題で測られていた能力をもとに**考えてみよう！

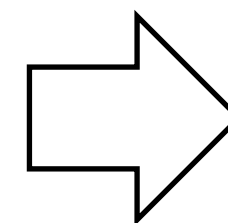
（目安時間6分）

■ 学習者のつまずきに応じた学習法講座（3種類）

→ 学習者が診断結果と普段のつまずきの認知をもとに、3つのうち1つの講座を学習者自身が選択して受講

## 学習上のつまずき

A1：文章中の数学的用語の処理（用語の浅い理解）  
A2：数学的用語の意味・具体例の理解（用語の深い理解）

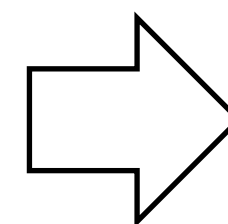


## 学習法講座

用語の意味理解講座

(e.g., 福田, 2020)

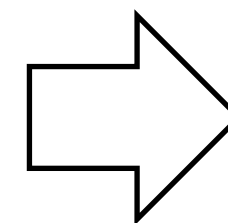
A3：立式と公式の当てはめ（式の浅い理解）  
A4：式の意味理解（式の深い理解）



公式の意味理解講座

(e.g., 植阪ら, 2022)

A5：計算力



教訓帰納講座

(e.g., Seo et al., 2017)

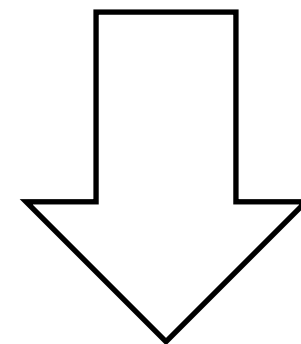
## 【例】 公式の意味理解講座

## 実践風景 1

## 【指導者からの解説】

e.g.,)

- ・ どうして公式のなぜを考えることが重要か？
- ・ どうすれば公式の意味を説明できるようになるか？



## 実践風景 2

## 【学習者自身の方略活用場面】

- ・ 公式のなぜを考える重要性を説明
- ・ 公式の意味を説明してみる



23

講座実施後の自由記述型質問紙への回答

項目1：本日の講座を受けて今後実践していこうと思った学習法などがあれば教えてください

講座名	各講座で扱った学習方略に関する記述	講座内で扱った学習方略に関する記述	抽象的な感想	未記入
式の理解講座	この式がどうしてこうなるのか，この数字はどのような意味をなしているのかなどの「なぜ」を考えるようひごろから意識して実践していこうと思った	23 (82.1%)	1 (3.6%)	4 (14.3%)
用語理解講座	覚えるだけじゃなく説明するように学習していきたい． そもそも説明法を大切にしたい．	27 (87.1%)	1 (3.2%)	3 (9.7%)
計算力講座	ミスした問題は，どのようなことに気を付けてこれから練習していけばいいのかまで考える．ミスした問題からポイントを見つけ出してノートなどに記入しておく．	19 (76.0%)	1 (4.0%)	5 (20%)
全体		69 (82.1%)	3 (3.6%)	12 (14.3%)

8割程度の学習者が学習方略について明記

項目2：理解度診断テストのフィードバックを受けて，自分の強みと弱みに応じた学習方法を学ぶという流れについてどう思いましたか

講座名	本研究の枠組みに対する肯定的な反応の例	肯定的な評価	質問と回答が不一致	未記入	否定的
式の理解講座	これまでは自分の弱みをするためのテストをしたことが無かったため今回のテストを受けて自分の弱みを知り，これからの改善につなげることができた．	17 (60.7%)	3 (10.7%)	8 (28.6%)	0 (0.0%)
用語理解講座	とてもありがたいと思った．自分にあった学習方法は何なのか知りたかったし，知らなかったため助かると感じた．	21 (67.7%)	1 (3.2%)	8 (25.8%)	1 (3.2%)
計算力講座	自分の弱みをなくす方法を知ることが出来て良かった．分かりやすく，今後，活用していこうと思った．	20 (80.0%)	1 (4.0%)	4 (16%)	0 (0.0%)
全体		58 (69.0%)	5 (6.0%)	20 (23.8%)	1 (1.2%)

7割程度が肯定的な評価



1. 学校現場における形成的評価の重要性
2. 認知診断モデルの基本的な概要
3. 学校現場におけるQ行列設計と教師の反応
4. 学び方支援への活用事例と生徒の反応
5. 今後への期待と懸念点

【課題1】 **小標本が想定される学級場面における推定の難しさ** (e.g., 佐宗・岡・宇佐美, 2024)

- ・従来の推定法(周辺最尤推定法・ベイズ推定法)による推定精度は必ずしも高くないケースあり
- ・全員（不）正解の項目が含まれる場合、尤度が発散して推定が困難になるケースあり

【課題 1】 **小標本が想定される学級場面における推定の難しさ** (e.g., 佐宗・岡・宇佐美, 2024)

- ・従来の推定法(周辺最尤推定法・ベイズ推定法)による推定精度は必ずしも高くないケースあり
- ・全員（不）正解の項目が含まれる場合、尤度が発散して推定が困難になるケースあり

【解決の方向性 1】 **項目プールの構築** (加藤・佐宗・宇佐美, 2025)

- ・項目パラメタが事前に推定された項目群の活用
- ・診断対象とするアトリビュートはさらなる検討が必要（本研究の知見も活かす）
- ・形成的評価に資するアトリビュート・Q行列設計・項目作成の知見の蓄積がますます重要

【解決の方向性 2】 **小標本でも安定した推定が可能な推定法の積極的な活用**

- ・ノンパラメトリック分類法(Chiu and Douglas, 2013; Chiu et al., 2018)  
「理想反応ベクトル」と「観測反応ベクトル」の「距離」を最小化するアトリビュート習得パターンが推定値
- ・学級場面のテストで想定される様々な項目形式・アトリビュート表現に対処できるノンパラメトリック分類法  
**段階反応**(Saso et al., 2025), 多枝選択項目(Wang et al., 2023), 多値型アトリビュート(Lim, 2024), 複数解答方略(Wang et al., 2024)

**ただし、Q行列が適切に設定されていることが安定した推定の必要条件**

## 【課題 2】 学校教師・教育実践家のCDMの理解の保証

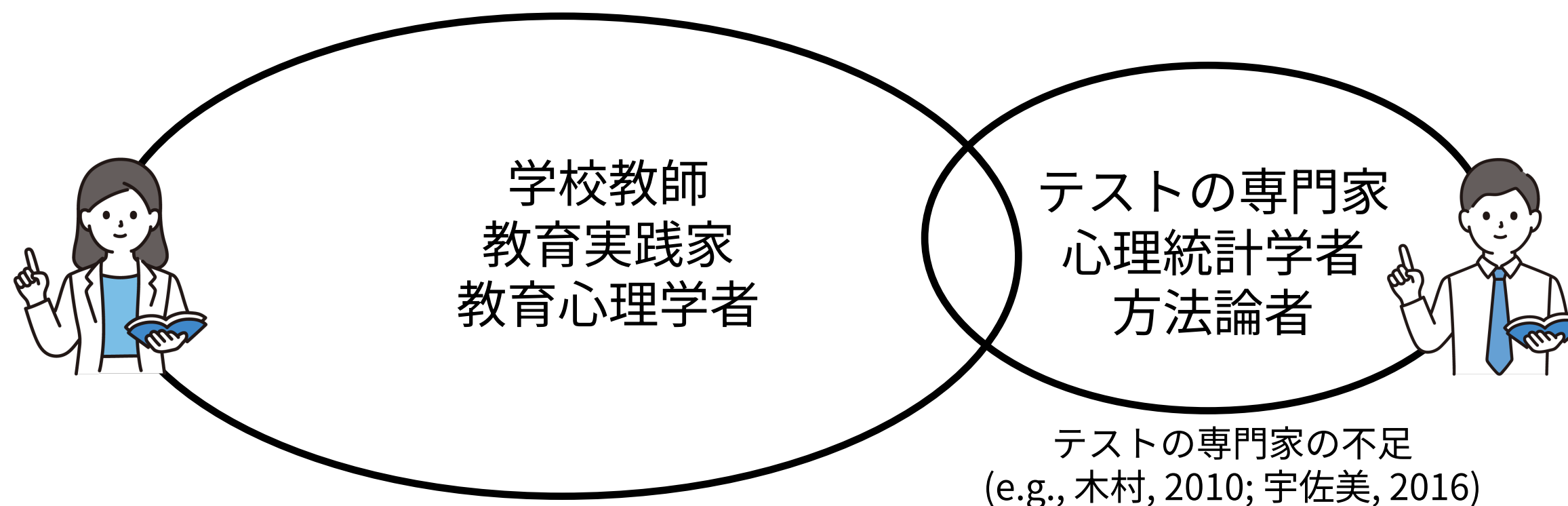
- ・ Q行列設計の難しさ（e.g., 時間的制約・モデルの識別性）
- ・ ブラックボックスな理解による意図せぬ誤用の危険性

**【課題2】** 学校教師・教育実践家のCDMの理解の保証

- ・ Q行列設計の難しさ (e.g., 時間的制約・モデルの識別性)
- ・ ブラックボックスな理解による意図せぬ誤用の危険性

**【解決の方向性】** それぞれの専門性を活かし「協働」しながら項目作成・Q行列設計をしていく

協働：同じ目的のために、対等の立場で協力して共に働くこと。（デジタル大辞泉）



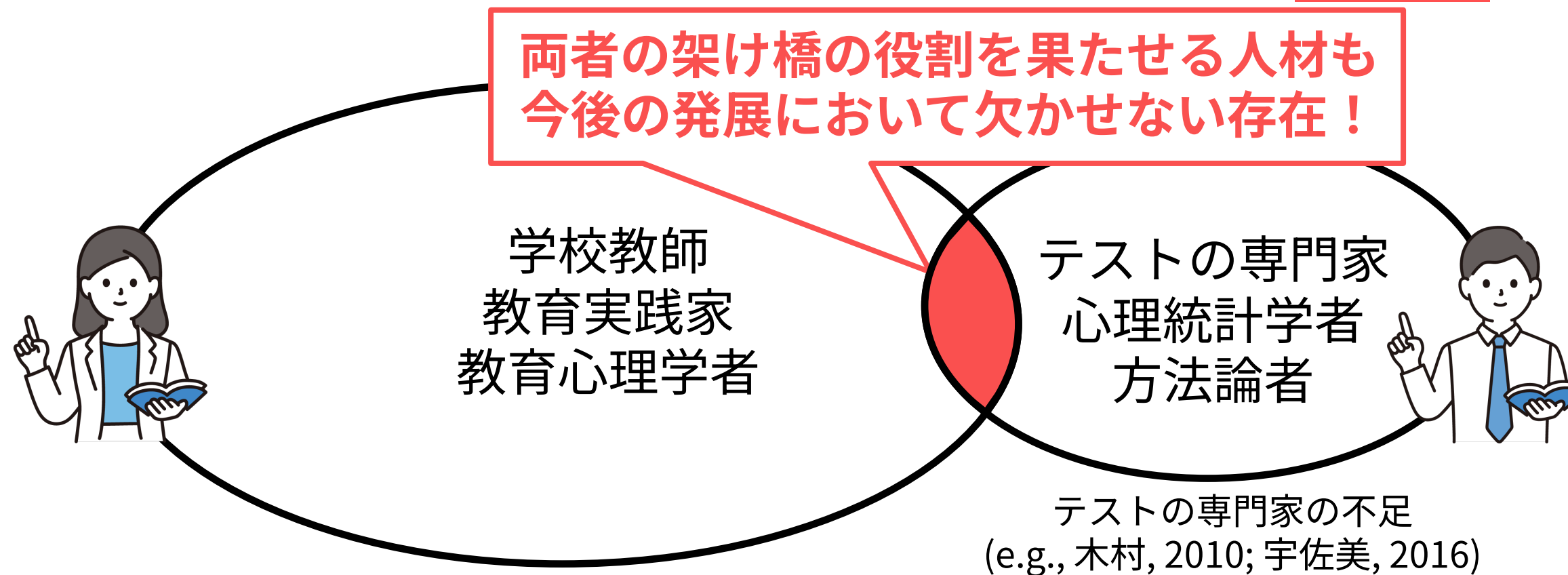
＊そもそもこんなに単純な包含関係でも集合の要素でもないかもしれませんが…

## 【課題2】 学校教師・教育実践家のCDMの理解の保証

- ・ Q行列設計の難しさ (e.g., 時間的制約・モデルの識別性)
- ・ ブラックボックスな理解による意図せぬ誤用の危険性

【解決の方向性】 **それぞれの専門性を活かし「協働」しながら** 項目作成・Q行列設計をしていく

協働：同じ目的のために、**対等の立場で**協力して共に働くこと。（デジタル大辞泉）



＊そもそもこんなに単純な包含関係でも集合の要素でもないかもしれませんが…

# APPENDIX

## 認知診断モデルの数理的概要の補足



## ■ 周辺尤度関数

学習者 $i$ が $l$ 番目のアトリビュート習得パターンに属する場合に解答データベクトル $x_i$ が得られる確率を $\pi_l$ によって重みづけたものを, 全てのパターンにわたって和をとり,  $N$ 人全てに関するこの値を乗じたもの

$$L(\Theta, \pi) = P(X|\Theta, \pi) = \prod_{i=1}^N \sum_{l=1}^L \pi_l \prod_{j=1}^J p_{ij}^{x_{ij}} (1 - p_{ij})^{1-x_{ij}}$$

$l$ 番目のアトリビュート習得パターンの  
混合比率

学習者 $i$ の項目 $j$ の正答確率

項目反応（正答）に対するアトリビュートの影響の仕方が  
モデルによって異なる！

### Notation

学習者 $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ , 項目 $j \in \{1, 2, \dots, J\}$ , アトリビュート習得パターンの番号 $l \in \{1, 2, \dots, 2^K = L\}$

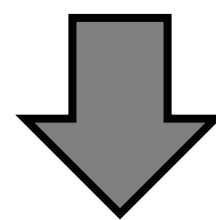
$\Theta = \{\theta_j\}_{j=1}^J$  項目パラメタの集合       $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_L)^\top$  混合比率パラメタベクトル

$X = (x_{ij})$  解答データ行列

## ■DINAモデル (deterministic inputs, noisy “and” gate model; Junker & Sijtsma, 2001)

仮定：“理想的”には，項目の正答に必要なアトリビュートを全て習得している場合のみ正答

学習者 $i$ の項目 $j$ に対する理想反応  $\eta_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{全て習得している場合}) \\ 0 & (\text{Otherwise}) \end{cases}$



現実の解答では理想的にいかないこともある。  
「たまたま正解した」や「たまたま間違えた」  
といった確率的な変動（ノイズ）が含まれる

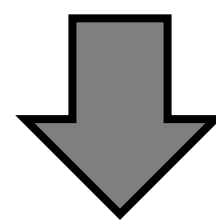
項目パラメタ  $\theta_j = \{s_j, g_j\}$

$$P(x_{ij} = 1 | \eta_{ij} = 0) = g_j \leftarrow \text{guessingパラメタ } g_j$$

理想的には誤答するはずが、  
正答してしまう確率

$$P(x_{ij} = 0 | \eta_{ij} = 1) = s_j \leftarrow \text{slipパラメタ } s_j$$

理想的には正答するはずが、  
誤答してしまう確率



項目正答確率

$$p_{ij} = P(x_{ij} = 1 | \alpha_i = \alpha_l, \theta_j) = (1 - s_j - g_j)\eta_{lj} + g_j$$

$\eta_{ij} = 1$ の時の正答確率は $1 - s_j$

$\eta_{ij} = 0$ の時の正答確率は $g_j$

# A3 アトリビュート習得パタンのスコアリング

## ■ MAP推定値

各学習者の**事後所属確率** $P(\alpha_i = \alpha_l | x_i, \Theta, \pi)$ を最大にする習得パターンを推定値とする

$$\hat{\alpha}_i = \underset{\alpha_l}{\operatorname{argmax}} P(\alpha_i = \alpha_l | x_i, \Theta, \pi)$$

$$p([0, 0, 0] | \cdot) = .01$$

$$p([1, 0, 0] | \cdot) = .18$$

$$p([0, 1, 0] | \cdot) = .23$$

$$p([0, 0, 1] | \cdot) = .03$$

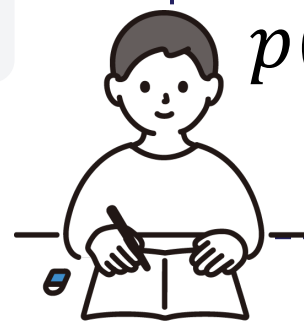
$$\overset{\operatorname{argmax}}{p([1, 1, 0] | \cdot) = .45}$$

$$p([1, 0, 1] | \cdot) = .05$$

$$p([0, 1, 1] | \cdot) = .04$$

$$p([1, 1, 1] | \cdot) = .01$$

$$\hat{\alpha}_i = [1, 1, 0]$$



## ■ EAP推定値

**Step 1** 各アトリビュートの**事後期待値（習得確率）**を算出  
学習者*i*のアトリビュート*k*の習得確率は以下となる

$$\mathbb{E}_{P(\alpha_i = \alpha_l | x_i, \Theta, \pi)}[\alpha_{ik}] = \sum_l \alpha_{lk} \cdot P(\alpha_i = \alpha_l | x_i, \Theta, \pi)$$

**Step 2** 閾値(e.g., .50)以上であれば習得(**1**),  
そうでなければ未習得(**0**)と判定して習得パターンを得る

### Step 1

$$\mathbb{E}[\alpha_{i1}] = .69 \geq .50$$

$$\mathbb{E}[\alpha_{i2}] = .73 \geq .50$$

$$\mathbb{E}[\alpha_{i3}] = .13 < .50$$



**Step 2**  $\hat{\alpha}_i = [1, 1, 0]$